

Università degli Studi di Roma Tre
Corso di Laurea in Ingegneria – a.a. 2014/2015
Probabilità e statistica - Tutorato 2
Mario Tani

- (1) In quanti modi si possono disporre su uno scaffale due enciclopedie, ciascuna di 3 volumi, e altre due enciclopedie, ciascuna di 4 volumi, in modo che volumi della stessa opera non siano mai separati?
- (2) Un gruppo di n studenti partecipa ad un corso di ripasso. Nella bacheca vengono affissi i nomi di chi ha superato l'esame, in ordine decrescente di punteggio. Per esempio, se nel foglio appaiono i nomi "*Rossi, Vianello*" vuol dire che solo Rossi e Vianello hanno passato l'esame e che Rossi ha ottenuto un punteggio più alto. Quanti sono i risultati possibili supponendo che non vi siano mai dei punteggi uguali?
- (3) Una moneta viene lanciata 3 volte. Calcolare la probabilità che tutti e tre i lanci siano testa sapendo che:
 - (a) il primo è testa
 - (b) i primi due sono testa
 - (c) almeno due su tre sono testa
- (4) Il 98% dei neonati sopravvive al parto. Tuttavia il 15% dei parti sono cesarei, e quando si realizza un parto cesareo il neonato sopravvive nel 96% dei casi. Qual è la probabilità che il neonato di una donna scelta a caso tra quelle che non fanno un parto cesareo sopravviva al parto?
- (5) Si lanciano tre dadi: uno rosso, uno giallo e uno blu. Indicando, rispettivamente, con B, G, R il numero che appare sul dado blu, giallo e rosso, calcolare $\mathbb{P}(B < G < R)$.
Suggerimento: Calcolare la probabilità che non vi siano due dadi con lo stesso numero
- (6) Se A e B lanciano rispettivamente, $n + 1$ e n monete non truccate, mostrare che la probabilità che A abbia più teste di B è $\frac{1}{2}$.
Suggerimento: Condizionare su quale giocatore ha più teste dopo che ciascuno ha lanciato n monete.
- (7) Due giocatori A e B , lanciano a turno una moneta equa, il primo che colleziona una testa vince. Calcolare la probabilità che a vincere sia A , se è lui ad iniziare i lanci.
- (8) Una moneta, la cui probabilità che esca testa è $\frac{1}{3}$, viene lanciata 5 volte. Sia X il numero di teste collezionate, calcolare e rappresentare graficamente la densità di probabilità e la funzione di distribuzione. Quanto vale la media?
- (9) Si effettuano n prove indipendenti, ognuna delle quali ha probabilità p di successo. Sia X la variabile che conta i successi in n prove, calcolare $\mathbb{P}(X = i)$ e verificare che $\mathbb{P}(i) = \mathbb{P}(X = i)$ è una funzione di densità.
- (10) Siano $A, B \subseteq \Omega$ eventi tali che $\mathbb{P}(A) > 0, \mathbb{P}(B) > 0$. Dimostrare o confutare le seguenti affermazioni:
 - (a) Se A e B sono disgiunti allora sono indipendenti;
 - (b) Se A e B sono indipendenti allora sono disgiunti;
 - (c) se $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = 0,6$ A e B possono essere disgiunti;
 - (d) se $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = 0,6$ A e B possono essere indipendenti.
- (11) Determinare la costante C (se esiste) affinché le seguenti funzioni siano densità di probabilità:
 - (a) $f_X(x) = x(C - x^2)\chi_{[0,2]}$
 - (b) $f_X(x) = Ce^{-Cx}\chi_{[0,\infty]}$
 - (c) $f_X(x) = C\sin(x)\chi_{[-\pi,\pi]}$
- (12) Sia $Y \sim U(0, 5)$. Calcolare la probabilità che siano reali le radici dell'equazione

$$4x^2 + 4xY + Y + 2 = 0$$